Κ. ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΙΔΗΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ

ΓΙΑ ΤΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΑΘΗΝΑ 2003

Μαθηματικό συμπλήρωμα για τα εισαγωγικά μαθήματα Φυσικής

Οι σημειώσεις αυτές γράφτηκαν για χρήση από τους σπουδαστές του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου στα εισαγωγικά μαθήματα της Φυσικής. Η ανάγκη για τέτοιες σημειώσεις είναι μεγαλύτερη στην αρχή του πρώτου εξαμήνου, πριν ακόμη η διδασκαλία των μαθημάτων των Μαθηματικών καλύψει την ύλη που απαιτείται για τα εισαγωγικά μαθήματα της Φυσικής. Σκοπό έχουν να δώσουν τις βασικές γνώσεις εργασίας, όπως οι Παράγωγοι, τα Διανύσματα και τα Ολοκληρώματα.

Οι σημειώσεις είναι σύντομες και χωρίς αυστηρές μαθηματικές αποδείξεις. Ελπίζεται ότι πριν τελειώσει το μάθημα της Φυσικής, τα θέματα αυτά θα έχουν διδαχθεί στα μαθήματα των Μαθηματικών. Όσο αυτό είναι δυνατό, τα παραδείγματα και τα προβλήματα είναι παρμένα κυρίως από τη Φυσική.

Κ. Χριστοδουλίδης, 2003

Βιβλιογραφία

Εκτός από τα συγγράμματα που χρησιμοποιούνται στη διδασκαλία των μαθημάτων των Μαθηματικών, η ακόλουθη βιβλιογραφία είναι χρήσιμη:

I. S. Sokolnikoff και R. M. Redheffer, Μαθηματικά για φυσικούς και μηχανικούς. (Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2001).
Για μια πρώτη επαφή με τα ανώτερα Μαθηματικά που απαιτούνται στα μαθήματα της Φυσικής και τα μαθήματα ειδικότητας των μηχανικών. Η παρουσίαση της θεωρίας γίνεται, όπου αυτό είναι δυνατο, με αναφορά σε φυσικά συστήματα. Πολλά παραδείγματα και προβλήματα είναι επιλεγμένα με τον ίδιο τρόπο.

W. E. Boyce και R. C. DiPrima, Στοιχειώδεις διαφορικές εξισώσεις και προβλήματα συνοριακών τιμών. (Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1999).
Για μια πλήρη μελέτη των συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Περιέχει μια πλούσια συλλογή παραδειγμάτων, ανάμεσα στα οποία πολλά που αναφέρονται σε φυσικά συστήματα.

Βιβλία στα οποία δίνεται μια συνοπτική παρουσίαση της θεωρίας ακολουθούμενη από μια πλούσια συλλογή λυμένων και άλυτων ασκήσεων είναι τα εξής:

M. R. Spiegel, Ανώτερα Μαθηματικά. (Εκδόσεις ΕΣΠΙ, Αθήνα, 1982).

R. Bronson, Εισαγωγή στις διαφορικές εξισώσεις. (Εκδόσεις ΕΣΠΙ, Αθήνα, 1978).

M. R. Spiegel, Theory and Problems of Vector Analysis. (Schaum Publishing Co. 1959 κ.ε.)

1. Συμβολισμός

1.1. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις συμβολίζονται με:

$\sin z$	ημίτονο	ημ z	$\csc z$	συντέμνουσα	στεμ z
$\cos z$	συνημίτονο	συν z	$\sec z$	τέμνουσα	τεμ z
$\tan z$	εφαπτομένη	εφ z	$\cot z$	συνεφαπτομένη	σφ z

που συνδέονται μέσω των σχέσεων: $\csc z \equiv \dfrac{1}{\sin z}$ $\quad \sec z \equiv \dfrac{1}{\cos z}$ $\quad \cot z \equiv \dfrac{1}{\tan z}$.

1.2. Υπερβολικές συναρτήσεις

Οι υπερβολικές συναρτήσεις συμβολίζονται με:

$\sinh z$	υπερβολικό ημίτονο	$\operatorname{csch} z$	υπερβολική συντέμνουσα
$\cosh z$	υπερβολικό συνημίτονο	$\operatorname{sech} z$	υπερβολική τέμνουσα
$\tanh z$	υπερβολική εφαπτομένη	$\coth z$	υπερβολική συνεφαπτομένη

Εξ ορισμού, είναι: $\sinh z \equiv \tfrac{1}{2}(e^z - e^{-z})$, $\quad \cosh z \equiv \tfrac{1}{2}(e^z + e^{-z})$, $\quad \tanh z \equiv \dfrac{\sinh z}{\cosh z}$.

και: $\operatorname{csch} z \equiv \dfrac{1}{\sinh z}$ $\quad \operatorname{sech} z \equiv \dfrac{1}{\cosh z}$ $\quad \coth z \equiv \dfrac{1}{\tanh z}$

1.3. Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Οι αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις συμβολίζονται με:

$\arcsin z$	ή $\sin^{-1} z$	τόξο ημιτόνου	ή	αντίστροφο ημίτονο
$\arccos z$	ή $\cos^{-1} z$	τόξο συνημιτόνου	ή	αντίστροφο συνημίτονο
$\arctan z$	ή $\tan^{-1} z$	τόξο εφαπτομένης	ή	αντίστροφη εφαπτομένη

και

$\operatorname{arccsc} z$	ή $\csc^{-1} z$	τόξο συντέμνουσας	ή	αντίστροφη συντέμνουσα
$\operatorname{arcsec} z$	ή $\sec^{-1} z$	τόξο τέμνουσας	ή	αντίστροφη τέμνουσα
$\operatorname{arccot} z$	ή $\cot^{-1} z$	τόξο συνεφαπτομένης	ή	αντίστροφη συνεφαπτομένη

1.4. Αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις

Οι αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις συμβολίζονται με:

$\operatorname{arcsinh} z$	ή $\sinh^{-1} z$	αντίστροφο υπερβολικό ημίτονο
$\operatorname{arccosh} z$	ή $\cosh^{-1} z$	αντίστροφο υπερβολικό συνημίτονο
$\operatorname{arctanh} z$	ή $\tanh^{-1} z$	αντίστροφη υπερβολική εφαπτομένη

και

$\operatorname{arccsch} z$	ή $\operatorname{csch}^{-1} z$	αντίστροφη υπερβολική συντέμνουσα
$\operatorname{arcsech} z$	ή $\operatorname{sech}^{-1} z$	αντίστροφη υπερβολική τέμνουσα
$\operatorname{arccoth} z$	ή $\coth^{-1} z$	αντίστροφη υπερβολική συνεφαπτομένη

1.5. Εκθετική συνάρτηση

Η εκθετική συνάρτηση συμβολίζεται ως: e^x π.χ. $e^{-t/\tau}$
Σε περιπτώσεις που το όρισμα είναι πολύπλοκο και δυσδιάκριτο ως εκθέτης, χρησιμοποιείται ο συμβολισμός: $\exp(x)$ όπου $\exp(x) \equiv e^x$ π.χ. $\exp\left(-\dfrac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$.

1.6. Λογαριθμική συνάρτηση

Ο φυσικός λογάριθμος (με βάση το e) συμβολίζεται ως: $\ln x$
Ο δεκαδικός λογάριθμος (με βάση το 10) συμβολίζεται ως: $\log x$
Για να τονισθεί η βάση B των λογαρίθμων, χρησιμοποιείται ο συμβολισμός: $\log_B x$
π.χ. $\log_2 x$ $\log_e x$ $\log_{10} x$

1.7. Διανύσματα

Ως ανεξάρτητο του συστήματος συντεταγμένων, ένα διάνυσμα συμβολίζεται στο τυπωμένο κείμενο με έντονο σύμβολο: $\mathbf{A}$, $\mathbf{i}$, $\mathbf{L}$,
ή βάζοντας ένα βέλος πάνω από το σύμβολο (έντονο ή μη): $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{L}}$, $\vec{\boldsymbol{\upsilon}}$, $\vec{\mathrm{A}}$, $\vec{\mathrm{L}}$, $\vec{\upsilon}$.

Στο χειρόγραφο, τα διανύσματα ξεχωρίζονται βάζοντας ένα βέλος πάνω από το σύμβολο, ή υπογραμμίζοντάς το: $\vec{\mathrm{A}}$, $\vec{\mathrm{L}}$, $\vec{\upsilon}$, $\underline{\mathrm{A}}$, $\underline{\mathrm{L}}$, $\underline{\upsilon}$.

Τα μοναδιαία διανύσματα συμβολίζονται μερικές φορές με ένα «καπέλο»: $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{e}}$.

Στο *τρισορθογώνιο Καρτεσιανό* σύστημα συντεταγμένων, στο οποίο τα μοναδιαία διανύσματα που είναι παράλληλα στους άξονες x, y, z, συμβολίζονται, αντίστοιχα, με $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, ή $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$, ένα διάνυσμα συμβολίζεται με έναν από τους ακόλουθους τρόπους:

$$\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k} \qquad \mathbf{F} = F_x\hat{\mathbf{x}} + F_y\hat{\mathbf{y}} + F_z\hat{\mathbf{z}}\,.$$

Π.χ., το διάνυσμα θέσης του σημείου (x, y, z) είναι: $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ή $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$.
Οι x, y, z και F_x, F_y, F_z είναι, αντίστοιχα, οι συνιστώσες x, y, z των δύο διανυσμάτων.
Ένας άλλος συμβολισμός είναι: $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)$.